

3次元タイリングのARデバイスによる可視化

Visualization of 3D Tilings with AR Devices

北川 大輝^{1*} 青山 楓¹ 今井 克暢¹
Hiroki Kitgawa¹ Kaede Aoyama¹ Katsunobu Imai¹

¹ 広島大学大学院先進理工系科学研究科

¹ Graduate School of Advanced Science and Engineering, Hiroshima University

Abstract: Tiling is an operation that fills Euclidean space with tiles, and various cellular automata (CA) can be considered by regarding tiles on a tiling as cells in a cell space. In this study, we constructed an AR visualization system using HoloLens2 to solve the difficulty of understanding CA on 3D tilings. In addition, as an extension of [4], we are currently studying construction method of 3D Penrose tiling (PT) to consider CA on it.

1 はじめに

タイリングとは、タイルを用いてユークリッド空間を埋め尽くす操作である [1]。一様な平行移動により重なるという並進対称性を持つタイリングを周期タイリングという。それに対して、並進対称性を持たないが概周期性を持つタイリングを準周期タイリングという [2]。特に、R. Penrose が発見したペンローズタイル (PT) が有名である [2]。また、セルオートマトン (CA) とは、セルと呼ばれる有限オートマトンが一様に配列したセル空間内で、各セルが (局所) 遷移規則により状態を同期して変化させることで、空間全体が遷移する計算モデルである [3]。タイリング上のタイルをセル空間におけるセルとすることで、様々なタイリング上の CA を考えることができる。2次元のタイリングにおいて、いくつかの CA 規則はタイリングの性質を調べる上でも有用であることが示されており、中でも最も単純な CA 規則であるコロナとその極限形のコロナ極限は、結晶の成長形のモデルとしての意味を持つ [8, 7, 1]。我々は [4] において、いくつかの3次元周期タイリングについて、3次元 CA のコロナとコロナ極限を計算し、その形状を明らかにした。

本研究では、任意のタイリング上でより一般的な規則を持つ3次元 CA のシミュレーションを目的にする。そのためには複雑な3次元形状の表示や幾何学的操作が容易に行えるシミュレータの開発が不可欠である。我々は、Microsoft 社が開発した HoloLens2 [5] に着目し、AR による3次元立体の表示や幾何学的操作を可能にするシステムを構築した。これには、Mathematica と Unity を利用して HoloLens での可視化する手法 [6] を基にしている。また、先述の PT において、2種類の Ammann

菱面体によって構成される3次元 PT の実際に手指による操作可能な AR 上のモデルを実装する。さらに3次元タイリングの性質を調べるための CA 規則をシミュレート可能にすることを目標としている。

2 タイリングとコロナ極限

タイリングのコロナは一様に成長する理想的な結晶成長のシンプルなモデルである。あるタイルの有限集合に対するコロナは、その集合のタイルと隣接するタイルの集合として定義される。0番目のコロナを任意のタイルとして、 k 番目のコロナ ($k = 0, 1, 2, \dots$) を再帰的に定義できる。コロナ極限とは、 n 番目のコロナを $1/n$ 縮小した形状の n に関する極限である。実際に計算したコロナ極限の例を図1に示す。

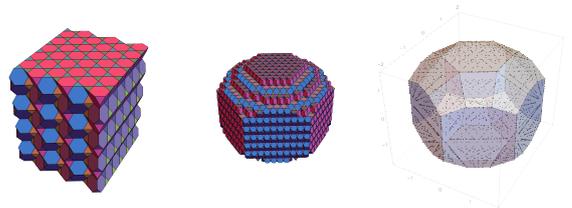


図1: 正四面体・[3, 6, 6] Ver.2のタイリング (左), 頂点隣接コロナ (中) とその極限形 (右)

3 3次元タイリングの可視化

従来のディスプレイモニターでは複雑な3次元タイリングの入り組んだ構造を把握するのは非常に難しい。複雑なタイリング上の CA を観察するためには、複雑な3

*E-mail: m210426@hiroshima-u.ac.jp

次元形状の表示や幾何学的操作が容易に行える可視化システムの開発が不可欠である。我々は [6] をもとに、Mathematica 上で作成したタイリングとタイリング上のコロナ極限を HoloLens2 で AR 表示するシステムを構築した [4]。また、ボタンやスライダーなどの UI を用いて簡単な幾何学的な操作を可能にし、種々の周期タイリングとそのコロナを表示できる (図 2)。



図 2: コロナ極限の AR 表示

4 準周期タイリング

さらに、3次元PTのAR上のモデルを得ることを目標としている。本研究では、2次元PTの置換法[7]の直接的な拡張と射影法[10, 11]の2つの方法で準周期タイリングを得た。前者で得られたタイリングは Wieringa Roof[9]として知られている。ただし、これらの方法で得られたものが3次元のPTであるかどうかは現在研究中である。

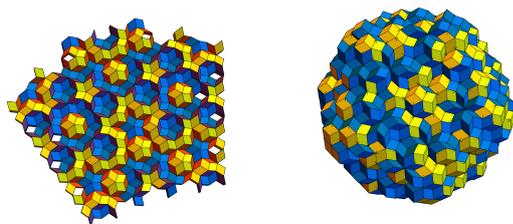


図 3: 置換法の拡張によって得られた Wieringa Roof (左), 射影法で得られたタイリング (右)

5 まとめと今後の課題

HoloLens2 を用いた 3次元タイリングとタイリング上のコロナを AR 表示するシステムを構築した。また、置換法と射影法を用いて準周期タイリングを実装した。このタイリングが 3次元PTであるかどうかは現在研究中である。今後の課題としては、3次元タイリングの切断面表示といった複雑な処理を可能にすることや、

完全な 3次元PTのAR上のモデルを作成することが挙げられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、様々な知識や助言をいただいた先進理工系科学研究科 数学プログラムの奥田隆幸准教授と研究室の皆様に深く感謝申し上げます。

参考文献

- [1] Akiyama, S., Caalim, J., Imai, K., & Kaneko, H.: Corona limits of tilings: periodic case, *Discrete & Computational Geometry* **61(3)**, 626-652 (2019)
- [2] 秋山茂樹: 準結晶の数学的モデル: 準周期タイリング, *数学セミナー* 51.2, 54-59 (2012)
- [3] Joel L. Schiff: セルオートマトン 梅尾博司・Ferdinand Peper 監修, 足立進・磯川悌次郎・今井克暢・小松崎俊彦・李 佳訳, 共立出版, (2011)
- [4] 北川 大輝, 今井 克暢: 3次元周期タイリングにおけるコロナ極限, *SIGNAC 第36回研究会 人工知能学会合同研究会*, (2021)
- [5] Microsoft HoloLens2, <https://www.microsoft.com/hololens/>.
- [6] 中原 良真, コンギルタク, 今井 克暢: AR デバイスによるセル・オートマトン遷移の可視化, *日本応用数理学会 2020 年会*, 1-2, (2020)
- [7] Akiyama, S., & Imai, K.: The corona limit of Penrose tilings is a regular decagon, *International Workshop on Cellular Automata and Discrete Complex Systems* (pp. 35-48). Springer, Cham, (2016)
- [8] Maleev, A.V., Shutov, A.V.: Layer-by-Layer Growth Model for Partitions, Packings, and Graphs, *Tranzit-X, Vladimir* (2011)
- [9] Goucher, A.: Penrose Tilings and Wieringa Roofs, <https://demonstrations.wolfram.com/PenroseTilingsAndWieringaRoofs/>.
- [10] Katz, A., Duneau, M.: Quasiperiodic patterns and icosahedral symmetry, *J.Phys. France* **47**, 181-196 (1986)
- [11] Katz, A.: Theory of Matching Rules for the 3-Dimensional Penrose Tilings, *Commun. Math. Phys.*, **118**, 263-288 (1988)